

上越数学教育研究，第27号，上越教育大学数学教室，2012年，pp.77-86.

中学生による証明をする活動における内言の様相

中山 優

上越教育大学大学院修士課程3年

証明学習は、事柄を論理的に示すということにおいて言語を用いるため、数学の中でも特に言語を扱うことが中心となる分野であるといえる。証明をする活動の中で議論をすることや論駁をすることも言語を通して行われるものであるし、記述を行うことも言語を扱うことである。生徒が理解しているか、していないかといった評価もまた、言語を通じて行われるものである。しかし我々は、数学学習において言語を用いていることや、その働きについて特に意識をすることなく当たり前なものとして考えることが多いようである。

言語によって表現を行うことには、他者に対して自身の意思を伝達するという役割だけでなく、中学校学習指導要領解説数学編(文部科学省，2008)に「表現することにより、一層合理的、論理的に考えを進めることができる」とあるように、自身の思考を促進させるといった役割を持つ。このように証明をする活動において様々な場面、役割で働く言語について、我々は深く知る必要があるのではないか。本研究では、音声や筆記として表れる言語だけでなく、個人の頭の中で展開される言語である「内言」の概念に着目し、証明学習における言語の働きについて考えていく。

本稿の目的は、ヴィゴツキー理論の内言の概念に基づいて中学生の証明学習におけ

る言語活動の実際を解釈し、内言を伴う言語の働きについて明らかにすることである。

1. 先行研究

日野(2010)によれば、認知・認識論研究を推し進めているものに、社会文化的視座からの研究がある。これらの研究では、ヴィゴツキー心理学を基礎としつつ、子どもの知り方が、その子どもを取り巻く環境や文化と切り離すことができないことを示している。

関口(1997)は、認知的発達に関する研究の流れから「文化」の問題が数学教育研究に取り上げられるに至った経緯および認知発達と文化の関係に関する研究を検討した。

関口(1997)によれば、米国では行動主義心理学が学習心理学への支配的な影響力を持っていたため、その典型的な応用であるドリル学習やプログラム学習を支持し、教育目標を客観的行動目標の系列に分析して教材を作成し、それに沿って指導を行い、子どもの行動面に注目して評価するということが中心になっていた。そこで、行動主義への対立として、ピアジェ理論を基礎とした構成主義が推進された。構成主義では行動ではなく子どもの理解こそが重要であるとし、子どもは自分自身の経験を基に内的な同化と調節によって心的構成と組織化を進めることによって発達するとされた。

一方、ヨーロッパでは、クラスごとの多様性を生み出している要因に教師の役割及び授業における教師と生徒間の相互のやり取りが、即ち社会的相互作用、があると考えられ、それらを分析するために、社会学的な見方や手法が利用され始めた。この研究の理論的基礎にヴィゴツキー及びその弟子らの文化的認知発達理論がおかれた。関口(1997)によれば、ヴィゴツキー心理学では、社会文化的活動が認知活動において決定的な役割を演じており、社会文化的活動及びそこで利用される道具は、それが埋め込まれている文化によって性格づけられているものである。したがって、認知発達は主体が生活している文化によって形作られると説明づけられる。

関口(1997)は、数学教育学研究の領域で、近年、文化が表立って議論されている背景に、認知心理学の展開に加えて、(1)数学そのものの見方の変化、(2)比較文化的見方の深まり、(3)数学教育の政治的・社会的問題、(4)社会的・文化的営みの場としての教室、(5)文化的問題を研究する方法論の充実をあげている。また、関口(1997)は、数学教育における認知発達研究において重要な位置を占めている構成主義の理論と、ヴィゴツキー心理学との関係が議論されているとしたうえで、「認知発達におけるサインシステム—特に言語—の役割は、ヴィゴツキー理論では中心的である。」と述べている。例えば、ヴィゴツキー理論では、言語は社会的営みおよび思考における重要な道具として捉え、高次精神機能の発達に不可欠のものとしている。一方、ピアジェの構成主義では、行為や操作に中心がおかれ、言語は象徴機能の表れとして位置付けられているにすぎないという。関口(1997)は、この相違は、認知発達のメカニズムという核心的問題に関わっているとし、中心とする原理が対極的であるが、認知過程と文化との間

のギャップを埋めるような理論的及び実際的道具が十分に開発されていない現状では、研究プログラムの優劣を評価することは生産的ではないとした。

大谷(1993)によれば、ヴィゴツキー派の認識論では、子どもの発達は個を超えたところにおいて真に理解できるとし、このヴィゴツキー派の認識論を理解するキーワードは、「被媒介性」、「内面化」、「専有（わがものとする）」である。大谷はこれらについて次のように述べている：

「被媒介性」とは、次の図式(Cole,1992:11)に見るように、主体 S と対象 O とが直接的な結びつきではなく、先達の経験が凝縮されている社会的・文化的道具 M を媒介とした間接的な結びつきを構成し、同時にその見方に拘束されてしまうことをいう。

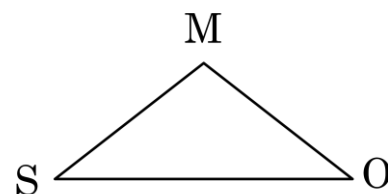


図 1 Cole(1992)による被媒介性の説明

「内面化」とは、社会的・文化的道具を、最初は人と人との間で相互支援的に利用することをとおして、次第に独力で自分の行動を統制するようになることを意味する。重要な点は、内面化された道具の使われ方は、当初他人と共同で用いられた様式を強く反映していることである。

「専有」とは、一方で媒介手段の内面化は主体が対象にたいして能動的に働きかけながら取り込み、修正し、「わがものとする」こと、他方では先達の経験が凝縮された媒介をあたかも自分のものとして「あたりまえ」のように使用することを意味する。(p.170)

大谷(1993)によれば、ヴィゴツキー派にとって精神発達とは、ある社会集団の未熟なメンバーがその集団に固有の参加構造のもとでほどもを受け、その集団に固有の考えを「わがものとし」、それを媒介として出来事や現象をとらえ、実践活動において有能になることとみなされる。

このように、ヴィゴツキー理論において言語は認知的発達に不可欠なものである。本研究では生徒たちから表れる言語を捉えるために「内言」と「意味」の概念を用いる。

2. 理論枠組み

2.1 内言と「意味」

内言とは、頭の中で展開される声にならない言語であり、人間はこの内言を媒介として思考を行っている。音声を得たものを外言とよぶ。内言を考えるにあたっては、語義と「意味」を区別する必要がある。語義は辞書に載っているような言葉の意味であり、「意味」とは、個々、文脈によって語義よりもはるかに知的・情動的な意味を獲得するものである。ヴィゴツキーは「意味」について寓話「アリとキリギリス」の結びの言葉「踊る」を例に挙げて説明している。この話の中で、夏の間遊び呆けていたキリギリスが冬になってアリに助けを求めたときに、アリはキリギリスにむかって「踊れ」という。これは踊るを踊れという語義ではなく、「楽しみ」や「滅べ」といった「意味」を示している。このように言葉は文脈の中において語義よりも「はるかに広い知的・情動的意味を獲得する」（ヴィゴツキー、2001、邦訳 p.415）のである。内言の中ではこの「意味」同士が結合することにより巨大な「意味」の塊を形成する。これが「意味」の作用である。そして内言の中では主語や説明語が不要であるので省略される。

これが述語主義である。内言にはこれらの特徴がある。

2.2 言語の社会的側面と非社会的側面

内言のもととなっているものとヴィゴツキーが考えていたものが「自己中心的言葉」である。子どもは四歳ごろになると、「ひとり言」を言うようになる。一人でいるときだけでなく、友達と遊んでいるときにも隣の子どもに話しかけるのではなく、自分に向かって大きな声で話しかける。これが自己中心的言葉である。自己中心的言葉は、「子どもの思考に奉仕する自分のための言葉」である。また、子どもだけでなく、人は誰しもが自己中心的言語を扱う。これがプライベートスピーチである。プライベートスピーチにも内言同様の特徴がある。

内言やプライベートスピーチのような、言語の「自身の思考に奉仕する側面」を、言語の非社会的側面とし、言語の「他者に自身の意思を伝達する役割を果たす側面」を言語の社会的側面とする。

2.3 ヴィゴツキー理論の視座から見た数学学習における相互作用

言語の「意味」の視点から相互作用について考える。話し手と受け手の二人がいるとき、話し手は受け手に向かって言葉を発する。その言葉は外言であるが、この外言は語義だけをもつものではなく、「意味」をもつものである。受け手はこの外言から、その背後に込められている「意味」を読み取り、理解・解釈を行う。受け手が発言に対して返答するときは、この理解・解釈に基づき、受け手からの「意味」を込めて外言として言葉を発する。この様子を図2に表す。

相互作用は、受け手が話し手の発言の「意味」を表面に表れる外言から理解・解釈することにより成り立っている。図中の▲は

外言である。この外言には「意味」が含まれているが、音声として表れているのは外言としての一部分だけである。受け手はこの外言の部分だけを聞き取り、そこにどのような「意味」が含まれているかを理解・解釈する。この理解・解釈を踏まえたうえで受け手は返答を行う。この返答も音声として表れるのは外言の部分のみであり、さらにこれは理解・解釈されなければならない。

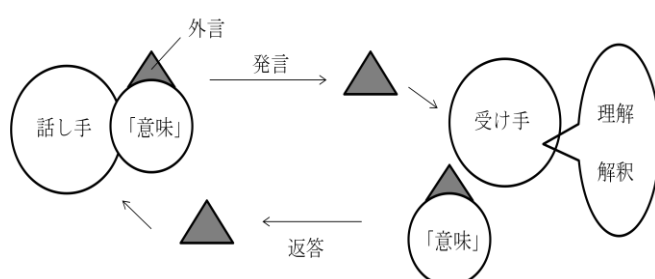


図2 相互作用の捉え

相互作用は一般的にどのような場面でもこのようにして成り立っていると考えることができるが、中学生が数学を学ぶという場面に限定して考える。岡本(1988)は、数学学習の中で用いられる数学的言語にはシンボルとしての特性が備えられているだけでなく、日常生活で用いられる言語よりも高い抽象性があり、記号表現から記号内容への厳密な1対1対応があることを示した。数学学習における相互作用ではこれら数学的言語が頻繁に用いられる。数学的言語はその抽象性の高さが故に相互作用における発言の「意味」を受け手が解釈することが困難である場合がある。話し手が示す発言の「意味」を正しく理解・解釈するためには、受け手が数学的言語を正しく理解するだけの知識、技能が必要となってくる。また、話し手の方にも受け手に正しく解釈してもらえただけの、用いる数学的言語に対する正しい知識が必要になる。ただし、話し手・受け手に共通の理解があればその限りではない。

3. 調査の解釈と考察

3.1 調査のねらいと構想

調査のねらいは、子どもの証明をする活動における内言などの言語の働きを明らかにするために、中学生の証明をする活動における言語の実際を捉え洞察することである。

調査は、新潟県に位置する大学附属中学校2年生ペア2組4名を対象に、平成23年2月から5月にかけて、1組あたり4回、計8回実施した。筆者が観察者となり、ペアがお互いに相談したり個別で問題解決に取り組む中に適宜介入をした。参加者の問題解決の様子をビデオカメラによって記録した。記録したデータを基にプロトコルを作成し、解釈と考察を行った。

紙面の都合上、本稿ではペア Mu, Syo の第1回調査、第2回調査、第3回調査で見られた場面について解釈、考察を行う。調査問題は次に示すものである。

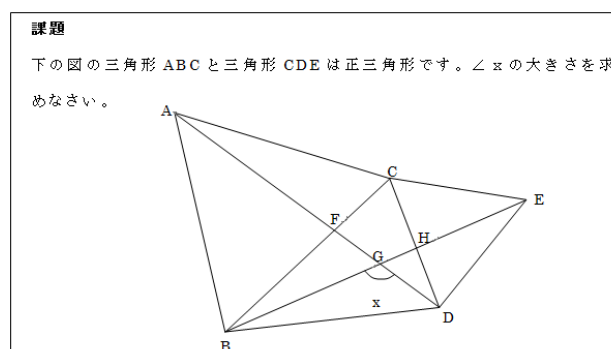


図3 第1回調査問題

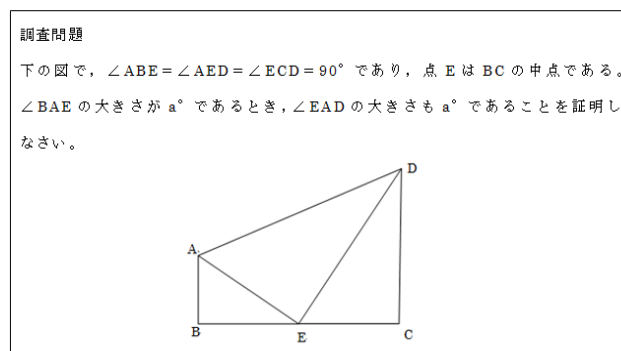


図4 第2回調査問題

下の図で、 $\angle ABF = 20^\circ$ 、 $\angle EBC = \angle ECB = 30^\circ$ 、 $\angle ECA = 40^\circ$ です。
 $\angle DFE = 20^\circ$ であることを証明しなさい。

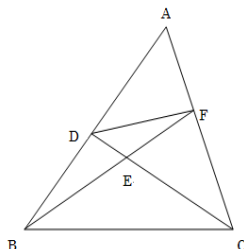


図5 第3回調査問題

3.2 調査の解釈と考察

調査では次のような場面が見られた。

- ① 相手に対して説明を行いながらも自身のための非社会的言語を使う場面

次の場面は第2回調査のものである。

Mu は補助線を引くなどしてしばらく考えた後、「ああ、分かったかも。」と発言した。

- 3201 Mu ああ、分かったかも。
 3202 T じゃあ、ちょっと説明してもらえないかな。
 3203 Mu 合同な図形($\triangle EFC$)を作って……。あれ。
 3204 Mu あれ。違うかも。
 3205 Mu あれ、これは違うかも。

観察者は Mu に対して考えを説明することを求めた。Mu は説明を開始するが、すぐに言葉が出てこなくなり、3203「あれ？」と言い始める。Mu は観察者に向かって自分の考えを伝えるための社会的側面の強い言語を使い説明を始めたにもかかわらず、「あれ？」という非社会的側面の強い言語を表しながら意思伝達をやめ、自身の思考へと戻っていく様子が確認できる。その後続く 3204「あれ。違うかも。」、3205「あれ、これは違うかも。」も同様に非社会的の強い言語であり、ここで Mu は、自身の考えが本当に正しいのか、なぜそう考えたのかを考えている様子がうかがえる。

Mu は、観察者に説明を求められたため、

観察者に対して意思を伝えるために言語を用いなければならないはずであるが、一見してプライベートスピーチであるかのような発言をしている。

- ② 筆記を行いながら非社会的言語を用いる場面

- 3142 Mu ここが一緒に・・・
 3143 Mu これは・・・等しい。
 3144 Mu Bと・・・Aが・・・イコール60。
 3145 Mu 60・・・60 マイナス角、G、A、E、あ、違う。・・・
 C、A、D
 3146 Mu 60 プラス・・・

この、プロトコル No.3142～3146 の場面では Mu は、ひとり言を言いながら証明を記述している。これらの発言は、自身の思考に奉仕する言葉であり、その膠着した文章の形態から、内言の影響を強く受けたものである。そして、ここで表れている言語が記述にも影響している。

①、②の様子から、内言は言語的な思考の場面であれ、相互作用に表れる外言であれ、言語的な活動の根幹的な部分に存在していると言える。

- ③ 言語の社会的・非社会的側面が併せ持たれる場面

次のプロトコルは第3回調査におけるものである。

- 3109 Mu ここ($\angle AFB$)が知りたいんだよね。ここが。
 3110 Syo そこ知るとどうなるの？
 3111 Mu ここ知ると、この角度($\angle BAF$)が分かるじゃん。この先っぽ。そうすると、ABG、三角形 ABG のさ。
 3112 Syo ABG・・・・・・。
 3113 Mu ああ、だめだ。

3109 の Mu の発言は、Syo に対して $\angle AFB$ の大きさを求めることができれば問題の解決の方向性が見えるかもしれないという意思伝達であるとともに、自身のこれからの行為の計画をしているプライベートスピーチでもある。つまり、社会的側面を持ちながらも非社会的側面を持った言語で

ある。3111の発言では、Syoに対して説明を行いながらも、「ABGのさ」と説明を途中でやめて考えてしまうという非社会的側面を見ることができる。Muは3111の発言の中で、この言語を媒介として思考を行っていたためにこのような現象になったのであろう。3113の発言は、ひとり言、非社会的言語と見ることができるが、「この方法ではうまくいきそうにない」という意思をSyoに伝えるという社会的な役割を果たしている社会的言語でもある。このように、相互作用におけるそれぞれの発言は、社会的側面と非社会的側面を併せ持つ。

次に、証明の記述について社会的側面－非社会的側面の視点から考察を行う。証明の記述は、Harel & Sowder (2007)が、演繹的な証明の特徴として普遍性(*generality*)を挙げ、「万人にとって正しいと認められること」と説明しているように、第三者が証明を読んだときにそれに何の補足が無くとも正しいと認められるものである。したがって、これは完全に社会的言語とすることができる。相互作用における言語に非社会的側面があるのに対し、証明の記述では言語の非社会的側面は排除される。ここに証明の記述に対する難しさを見ることができる。

非社会的言語であるプライベートスピーチは、自身の思考へと奉仕するものであり、社会的言語である証明の記述は万人に向けて意思を伝えるものとして働く。また、相互作用における発言は、非社会的側面、社会的側面の両側面を併せ持つものである。内言は完全に自身の思考へと奉仕する非社会的言語であるが、それが外言となると、たとえプライベートスピーチであったとしても社会的側面を獲得する。内言は音声を得ることで自己中心性が薄れ、社会性を帯びるのである。そして、非社会的言語は音声を得ながらも、内言の表れであり、内言

に左右されるものである。つまり、内言は、外言化されていく過程であっても外言、相互作用において子どもの思考過程に強い影響を与えているのである。

④ 相互作用の様相について

会話の中で、お互いがお互いの発言の「意味」を十分に理解・解釈できる中で会話が進んでいく状況を「相互作用が進行」している状況とし、お互いの発言の「意味」の理解・解釈が十分なされず、相互作用が収束する状況を「相互作用が衰退」している状況とする。

調査の中で、相互作用が進行している状態、衰退する状態、疑似的な相互作用が進行する状態がそれぞれ見られた。

岡本(1988)は、数学の授業における数学的言語行動について、「出し手としての教師の発問における数学的言語や一般的な日常言語そのものがあいまいなため、解読変換や適切な解釈ができなかったり、その指示内容を一意に決定できなかったりする場合、受け手としての生徒は問いただしたり、沈黙したりする。」「単独にその数学的言語だけを取り出すと、意味をなさなかったり、不正確であったり、不十分であったりしても、出し手と受け手の間で共通な解釈が成り立っていると考えられる場合や、そうした不備を相互に承知の上で(時には気づかずに)容認していると考えられる場合には、その数学的言語が教師や生徒の数学的言語行動に特別な支障をきたすことなく授業が展開されていく。」と述べている。この内容を教師と生徒との相互作用であると見れば、前半部分の生徒が沈黙する様子は相互作用が衰退している状態であり、後半部分は相互作用が進行している状態である。

(1) 相互作用が進行していく場面

調査の中では相互作用が進行する状況に、次のような場面があった。

第三回調査においてははじめに Mu と Syo が個々で課題に対して取り組み、しばらくしてからお互いに相談するように観察者が指示した直後の場面である。

- 3301 Syo これって($\triangle BFD$)二等辺三角形になるってことじゃん
3302 Mu うん。
3303 Syo そしたらこれとこれ(DF と DB)だよね。等しくなるの。
3304 Syo これ($\angle DFE$)が 20° になるってことだから・・・。
3305 Mu うん。
3306 Syo 全然わかんなかった。
3307 Mu どれとどれを合同って言えればいいだろう。
3308 Syo 合同がまず見つからない。

Syo の「全然わかんなかった。」に対して Mu の「どれとどれを合同って言えいいんだろう。」は一見、脈略の無い発言に見える。しかしその発言に対して Syo は何事も無かったかのように「合同がまず見つからない。」と返答している。ここで発言されている数学的言語「合同」には、「対応する辺の長さ、角の大きさがそれぞれ等しい」という意味のみならず、「図形の証明問題に対して、まず合同な三角形を見つけ、そこから結論を導いていく」という「意味」が含まれている。Mu, Syo の二人がお互いにその「意味」を理解しているため、この場面では Syo は「なぜ合同について話すのか」といった発言をせず相互作用が進行している。

(2) 相互作用が衰退する場面

相互作用が衰退していく状況には次のような場面があった。再びプロトコル 3109～3113 の場面を考察する。

3109 での Mu の「ここ($\angle AFB$)が知りたいんだよね。ここが。」の発言の「意味」を理解・解釈できなかったために Syo は「そこ知るとどうなるの?」と問いただしている。Mu は「ここ知ると、この角度($\angle BAF$)が分かるじゃん。この先っぽ。そうすると、ABG, 三角形 ABG のさ。」と説明をした。これは、

後の Mu の説明から「 $\angle BAF$ の角度が分かることで三角形 ABG の外角を利用できる」といった「意味」を含んでいると考えられるが、Syo はそのことを即座に解釈できず、考え込んでいる様子である。これは相互作用が衰退している状況である。

ここまでで相互作用がいったん衰退したものの、Mu の三角形 ABG に着目する発言が、Syo に新たな発想を提供した。Syo はこの後「あ、 60° からこの角($\angle FAC$)ひくじゃん、ここ 60° に、この角($\angle FBG$)足すじゃん。でこことここって一緒じゃん。」と発言し、 $\angle FAB$ と $\angle ABG$ を足すと 120° になることを見出している。この考えは、Mu が「意味」した「 $\angle BAF$ の角度が分かることで三角形 ABG の外角を利用できる」考えとは異なっており、Mu の発言に対し Syo が新たに異なる解釈をした結果、問題の解決に成功したと言える。

このように、話し手の発言の「意味」を正しく理解・解釈できず相互作用が衰退しても、受け手が新たに異なる解釈をすることで問題解決に至ることがある。この場面では、相互作用における発言が有効に利用されている。

(3) 疑似的な相互作用の進行がおこる場面

一見相互作用が進行しているように見えるが、実は相手の発言の「意味」を正しく解釈できずに、相手の期待する返答をできていないが、そのことに気がつかず(あるいは気づいていながらも)相互作用が進んでいく、という場面が見られた。この、お互いにお互いの発言の「意味」を正しく理解・解釈できないまま相互作用が進行していく状況を、「疑似的な相互作用の進行」と呼ぶこととする。疑似的な相互作用について、プロトコル 3309～3321 の場面を考察する。

- 3309 Mu これってさ、ここ(E)を中心に円描けるんじゃないかな。
3310 Syo ここを中心に?円・・・
3311 Mu だってここ($\angle BAC$) 60° じゃん。

3312 Syo なんでも 60 なの。
 3313 Mu え、 $(\angle DCB)30^\circ$ じゃん。
 3314 Mu $ECB=30^\circ$ だから、
 3315 Syo あ、ほんとだ。
 3316 Mu ここ、こうで $(BE=CE)$ 。
 3317 Syo そうだね。
 3318 Mu ってことは、 $E(\angle BEC)$ が 60° だから、あ、 120° だから、
 3319 Mu 60 と 120 だからさ、円描けるじゃん。
 3320 Syo ここ 120° だと、
 3321 Mu B と A と C をとった円を描けて・・・

ここでは、Mu が、点 E を中心に $\triangle ABC$ の外接円が描けることを Syo に対して説明している。Syo が理解できていない様子から、Mu は、「だってここ $(\angle BAC)60^\circ$ じゃん。」と説明する。後の説明からこの発言には、「 $\angle BAC$ が 60° であり、 $\angle BEC$ が 120° であることから、円周角と中心角の関係が成り立っているので点 E を中心とした $\triangle ABC$ の外接円が描ける。」という「意味」が含まれている。Syo は、この「意味」を理解・解釈できず、「なんで 60 なの」と問いただす。 $\angle BAC$ が 60° であることは仮定から明らかであるため、Syo には理解できており、この発言には、「なぜ点 E を中心として $\triangle ABC$ の外接円を描くことができるのか」という「意味」が含まれている。Mu はこの「意味」を理解・解釈できなかった。それだけでなく、さらに $\angle BAC$ が 60° であることの説明ではなく、「え、 $(\angle DCB)30^\circ$ じゃん。」「 $ECB=30^\circ$ だから」「ここ、こうで $(BE=CE)$ 」と、 $\angle BEC$ が 120° であることの説明をする。Syo は自身が求める説明を Syo が行わないということに気づかずに(あるいは気がついていながら)「あ、ほんとだ。」「そうだね。」と返事を行っている。

Mu の「60 と 120 だからさ、円描けるじゃん。」には、上述したような「意味」が含まれているが、先ほどの「だってここ $(\angle BAC)60^\circ$ じゃん。」の説明と比較して、Mu の思考における「意味」を幾分詳しく説明した発言となっている。Syo は「ここ

が 120° だと」と発言した。この発言は、「ここが 120° だとなぜ点 E を中心とした外接円が描けるのか」という「意味」が含まれている社会的言語であると捉えることもできるし、この「意味」を含んだ自身の思考を、外言としてつぶやいたプライベートスピーチであると捉えることもできる。いずれにせよ、いまだに Mu の説明が理解できていない様子であった。

Syo の求めている説明は「中心角と円周角の関係が成り立つと点 E を中心に三角形の外接円が描ける」ことであったが、Mu はそれぞれの角の大きさの求め方について説明をおこなった。Syo はそのことに気づかず(あるいは気づいていたが)、相互作用が進んでいった。結果、Syo は、第三回調査の最後に観察者からそのことの説明を受けるまで、点 E を中心とした外接円が描ける事が理解できないでいた。

④ 相互に関係のある三つの言語的思考

証明をする活動において、生徒は相互に関係のある三つの言語的思考を行っていた。三つの言語的思考は、内言を媒介としているもの、外言を媒介としているもの、表記を媒介としているものに分類することができた。

内言を媒介とした思考は、第三者が観察する様子からは、言語を媒介とした思考が行われているかどうか分からない状態である。したがって、この内言を媒介とする思考が行われていることを前提として議論を進める。外言を媒介とした思考は、「相互作用の進行」の場面の中で表れた。自身の発言(外言)が思考の媒介として用いられている。また、相手の発言(外言)が思考を促進させている。次のような場面がこの様子として見られた。第 3 回調査において Mu が $\triangle EDF$ に着目する場面である。

3326 Mu あとわかってるのは、ここ($\angle EFD$)とここ($\angle FDE$)を足すと 60° っていう。
 3327 Syo ここ($\angle FDE$)じゃあ 40° ?
 3328 Mu うん、そうだけど。 40° ・・・なんで 40° になるの?
 3329 Syo これ($\angle DFE$)使わないとできないね。そっかー。
 3330 Syo でもここが 40° になったらここ、ここ($\angle DFE, \angle CF$)こう(等しい記号)だよな。
 3331 Mu そうだよ。
 3332 Mu あ、ほら、ここが 40° だって証明できたらおわるんだけどね。
 3333 Syo そうなの? なんで?
 3334 Mu そうすればさ、 60° から 40° 引けば出るんじゃない?
 3335 Syo ああ、そっか。

Mu が、証明をするためには $\angle FDE = 40^\circ$ であることを言えればいいと思いつくためには Syo の 3327 の発言が無くてはならなかったと考えられ、相手の発言によって自身の思考が促進されている。また、この場面では、この会話そのものが Mu と Syo の思考の媒介となっている。3326, 3327, 3329, 3330, 3332, 3336 の発言は、相互作用において表れている発言であるが、省略された文法の様子から、自身の思考に奉仕する、非社会的側面が表れている言葉でもある。ここで行われている言語的思考は、外言を媒介とした思考である。また、既にここまで述べてきたように、それぞれの発言の中には声にならない「意味」が含まれており、外言を媒介とした思考も内言を媒介とした思考に密接に関わっているということである。

外言を媒介とした言語的思考は証明の記述の場面で行われていた。Mu は証明を記述しては斜線で消し、自身が書いた記述を凝視しながらさらに証明を進めていった。またここに②で論じたようなプライベートスピーチが表れていたことから、ここでの Mu の思考は証明の記述が媒介となって働いており、ここにも内言が影響しているということが明らかである。

4. 結語

本研究から知見として次の事が得られた。一つ目は、内言は、言語的な思考の場面や外言による相互作用などの言語的な活動の根幹的な部分に存在していることである。調査の中で、相互作用の最中に相手に対してではなく、自身に対して話をするような場面や、証明の記述を行いながらひとり言をつぶやくような場面が見られた。

二つ目は、相互作用における発言は非社会的側面、社会的側面の両側面を併せ持つということである。一見したところプライベートスピーチであるような発言でも、相互作用において外言として発言されることで受け手がそれを解釈し、受け手の思考に影響を与えることがあった。内言は、外言となることによって非社会性を帯びたものから社会的なものへと変容し得るものであった。

三つ目は、相互作用に、相互作用の進行、相互作用の衰退、疑似的な相互作用の進行があったことである。相互作用の進行は話し手と受け手が発言の「意味」に対して共通の解釈を与えることで成り立っている。受け手が発言の「意味」を理解・解釈することが困難な場合は問いただすことで相互作用が進行していき、受け手が適当な相づちをうったり、沈黙したりする場合には相互作用が衰退した。受け手が話し手と異なる理解・解釈をした場合は、一見相互作用が進行しているように見える疑似的な相互作用が進行していった。相互作用が衰退していても、受け手が発言に対して新たな解釈を加え、問題解決に導くような場面も見られた。

四つ目は、証明をする活動において、生徒は相互に関係のある三つの言語的思考を行っていたということである。三つの言語的思考は、内言を媒介としているもの、外言を媒介としているもの、表記を媒介とし

ているものに分類することができた。外言・表記を媒介としている言語的思考それぞれにも内言が豊かに関与しており、内言は言語的思考の全体に影響を及ぼしているものであった。

これらの知見から示唆されることは、数学の学習において、相互作用以外の場面においても、子どもは自身の思考に奉仕する言語を扱い学習を深めていることである。数学科においても生徒の言語を扱う能力の育成は重要な課題である。

引用・参考文献

Cole, M. (1992). Context, Modularity, and the cultural Construction of Development. In L. T. Winger & J. valsiner (eds .) , *Children's Development within Social Context*, vol. 2, *Lawrence Erlbaum Associates*, 5-31.

Harel, G. & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In F. Lester (Ed) , *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, *National Council of Teachers of Mathematics*, 805-842.

磯野和美(2008). ヴィゴツキー理論に基づくプライベートスピーチについての一考察—小学校1学年「くり上がりのある足し算」を事例として—。上越数学教育研究, 23, 1-10.

江森英世(1993). 数学の学習場面におけるコミュニケーション・プロセスの分析. 数学教育学論究, 59, 3-24.

ヴィゴツキー, 柴田義松訳(2001). 思考と言語. 新読書社.

大谷実(1993). 数学の授業に見る「声」の社会性・腹話性—数学の学習指導研究における社会文化的アプローチ—. 日本数

学教育学会第 26 回数学教育論文発表会論文集. 163-168.

岡本光司(1988). 数学の授業における言語活動—課題とその考察—. 日本数学教育学会誌, 70(1), 9-26.

坂野登・天野清(2006). 言語心理学. 新読書社.

関口靖広(1993). 数学教育における民族誌的研究のために. 筑波数学教育研究, 12(A), 1-8.

関口靖広(1997). 認知と文化—数学教育研究の新しい方向—. 日本数学教育学会誌. 79(5), 14-23.

中村和夫 (2004). ヴィゴツキーの内言理論における「意味」の存在形態について. 心理学第 24 巻第 2 号.

日野圭子(2010). 数学教育学研究ハンドブック. 東洋館出版社, 294-309.

藤岡久美子ら(2001). ヴィゴツキーの射程：プライベートスピーチ研究の実際. 日本教育心理学会総会発表論文集, 82-83.

文部科学省(2008). 中学校学習指導要領.

文部科学省(2008). 中学校学習指導要領解説数学編. 大日本印刷.

吉田香織(1998). Vygotsky 理論に基づく数学的概念の教授・学習過程の研究(2)—ことばを手がかりとした ZPD の考察—. 日本数学教育学会第 31 回数学教育論文発表会論文集, 247-252.